数学コラム (7)

回文数と 196

西山豊

竹やぶ焼けた(タケヤブヤケタ)などのように前から読んでも後ろから読んでも同じになる文のことを回文(かいぶん)という. 日本には古くから回文を親しむ文化があり、「長き夜の遠の眠りの皆目覚め波乗り船の音の良きかな」のように31文字の短歌に回文を読み込んだ例もある. 数字についても回文のような数字がある. たとえば727,1991,38483などは前から読んでも後ろから読んでも同じである. このような数字のことを回文数と言う.

さて、ここに任意の数字がある.この数字を逆に 並べた数をもとの数に足す.この操作を繰り返すと いずれは回文数に到達するという.たとえば、59は、

59+95=154

154+451=605

605+506=1111

のように 3 回の操作で回文数 1111 に到達する. 読 者は確かめてみること.

2桁の数から始めると、すべて回文数となることがわかっている。ただし、89から始めた場合は、なかなか回文数にならないで、24回の繰り返し計算で初めてつぎの13桁の回文数に到達する。

8813200023188

3 桁の数から始めると, つぎの 13 個は現在のところ回文数にならないことが知られている.

196, 295, 394, 493, 592, 689, 691, 788, 790, 879, 887, 978, 986.

これらのうちで最小の数は 196 であるから, 196 問題ともよばれている. 196 から始めると回文数になるのか, ならないのかもわかっていない.

また,この13個の数は2つのグループにわける ことができる.196,295,394,493,592,689,691, 788,790,887,986と879,978のグループである. それぞれのグループの中で最小の数である196と879は種(Seed)とよばれ、それ以外は種から派生した数である.196のグループと879のグループは別々のグループなのか、無限の彼方でつながり同じグループになるのかはわかっていない.

この回文数の196問題はいつごろから話題になっているのだろうか.1970年代に雑誌『サイエンティフィック・アメリカン』にM.ガードナーがこの話題を取り上げ、日本にも紹介されている.さらに遡って1938年にD.レーマーがベルギーの雑誌『スフィンクス』に、73回計算を繰り返し35桁の数になったが回文数に到達しないという記録を残している.

1938 年といえばまだコンピュータが出現していない時代だ.この雑誌の裏表紙には卓上計算機(キャッシュレジスター)の広告が載っていて、あつかえる数の桁は12桁までである.当時の数学者は12桁しか計算できない道具を使って196問題に取り組んでいたことになる.回文のことを英語ではPalindromeというが、この言葉は17世紀はじめ、ギリシャからの外来語であるという.古代ギリシャには回文を楽しむ文化があり、このような数字遊びがあったのかもしれない.

196 問題はプログラムで確かめることができる. 最近はパソコンの性能もよくなり,この問題に興味を持つ世界中の若者が挑戦し,繰り返し計算の結果ミリオンの桁数という天文学的な数になっているが,いまだ回文数に到達していない. 196 問題は果たして解決するのだろうか. 桁数が増えるに従って回文数となる確率は減少する. しかし,皆無とはいえない. そこが数学者にとってはもどかしい問題なのである. かつて四色問題が最終的にコンピュータの力を借りたが,コンピュータを使わない,もっと数学的なアプローチがあってもいいのではないだろうか.

(にしやまゆたか/大阪経済大学)